

TEMA 22

**EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS Y EL CÁLCULO NUMÉRICO.
NÚMEROS NATURALES, ENTEROS, FRACCIONARIOS Y DECIMALES.
SISTEMAS DE NUMERACIÓN. RELACIÓN ENTRE LOS NÚMEROS.
OPERACIONES DE CÁLCULO Y PROCEDIMIENTOS DEL MISMO (CÁLCULO
ESCRITO, MENTAL, ESTIMACIÓN Y CALCULADORA).
INTERVENCIÓN EDUCATIVA.**

ÍNDICE:

- 1.- INTRODUCCIÓN
- 2.- EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS Y EL CÁLCULO NUMÉRICO
 - 2.1 Concepto de número y cálculo numérico
 - 2.2 El aprendizaje de los números y las operaciones
 - 2.3 El proceso de adquisición
- 3.- NÚMEROS NATURALES, ENTEROS, FRACCIONARIOS Y DECIMALES
 - 3.1 Números naturales (N)
 - 3.2 Números enteros (Z)
 - 3.3 Números fraccionarios (F)
 - 3.4 Números decimales (D)
 - 3.5 Los números racionales (Q)
- 4.- SISTEMAS DE NUMERACIÓN
 - 4.1 Características generales
 - 4.2 Sistemas de numeración más comunes
- 5.- RELACIÓN ENTRE LOS NÚMEROS
- 6.- OPERACIONES DE CÁLCULO Y PROCEDIMIENTOS DEL MISMO (CÁLCULO ESCRITO, MENTAL, ESTIMACIÓN Y CALCULADORA)
 - 6.1 Operaciones de cálculo
 - 6.2 Procedimientos de cálculo: cálculo mental, escrito, estimación y uso de la calculadora
- 7.- INTERVENCIÓN EDUCATIVA
 - 7.1 Los números y las operaciones en el currículo
 - 7.2 Proceso de adquisición de la numeración
 - 7.3 Proceso de adquisición de las diferentes operaciones
- 8.- CONCLUSIÓN
- 9.- BIBLIOGRAFÍA

1.- INTRODUCCIÓN

No hay rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real.

Nikolay Lobachevsky

Esta cita nos relaciona directamente con la adquisición de las competencias clave indicadas en el currículo. En el currículo de la etapa se establece que el área de matemáticas sea una de las principales, denominadas troncales, sobre las cuales versarán las pruebas al finalizar tercer y sexto curso. La organización del área se establece en bloques siguiendo el decreto 82/2014, y este tema se relaciona directamente con el bloque 2 “Números”. Podemos tomar como objetivo general el dominio reflexivo de las relaciones numéricas como:

- Descomponer números
- Comprender y usar el sistema decimal
- Usar las operaciones básicas
- Etc

2.- EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS Y EL CÁLCULO NUMÉRICO

Podemos definir el **concepto de número** como un *concepto matemático que indica cantidad referida a la unidad*. El concepto de número nace de la necesidad de saber qué cantidad de elementos se posee, se quieren o se necesitan. Por ello, los números no son entes concretos, los que si lo son, es la cantidad de objetos que representen.

Tienen gran importancia en la educación primaria para la adquisición de la competencia matemática que permita posteriormente la transferencia de las actividades de recuento y ordenación a las actividades de la vida diaria.

Estas actividades de la vida diaria, giran entorno a dos líneas fundamentales:

- Informar del tamaño de los conjuntos de objetos (cardinal del conjunto.)
- Señalar el lugar que ocupa un objeto dentro de un conjunto ordenado (ordinal del objeto).

Del concepto de número, surge la palabra **cálculo** que en su origen significa "contar con piedras". Las matemáticas comienzan cuando la humanidad se ve en la necesidad de contar objetos. Existen una serie de **principios que afectan a las técnicas de recuento**. Éstos son:

- *Principio del orden estable*. Las palabras numéricas uno, dos, tres... deben recitarse siempre en el mismo orden, sin saltarse ninguna.
- *Principio de la correspondencia uno a uno*. A cada elemento del conjunto se le debe asignar una palabra numérica distinta y sólo una. (Correspondencia biyectiva).
- *Principio de irrelevancia del orden*. El orden en que se cuentan los elementos del conjunto es irrelevante para obtener el cardinal del conjunto. (No así para el ordinal).
- *Principio cardinal*. La palabra adjudicada al último elemento contado del conjunto representa, no sólo el ordinal de ese elemento, sino también el cardinal del conjunto.

A lo largo de la Educación Primaria el alumnado irá aprendiendo las diferentes reglas de cálculo para automatizar las operaciones aritméticas. Junto al aprendizaje de estas se deben desarrollar procedimientos de cálculo mental, estimaciones, así como a utilizar la calculadora. *El aprendizaje de los números se realiza simultáneamente al de las operaciones*, ampliando la dificultad de éstas a medida que se incrementa la magnitud de los números. Esta magnitud se va ampliando atendiendo a que puedan ordenarlos, compararlos, representarlos e imaginarlos. No se

puede trabajar con las decenas sin haber trabajado previamente con las unidades en diferentes situaciones, ni trabajar las centenas sin haberlo hecho con las decenas...

Para las operaciones se aconseja que la noción de suma vaya unida a la resta, pues se implican la una en la otra por complementariedad. A continuación, la multiplicación como sumas sucesivas de números iguales, para seguir con la división. Los porcentajes al final de la etapa, entendidos éstos únicamente como "tantas unidades enteras" de cada grupo de cien.

Los números fraccionarios se abordarán como partes de un grupo. Mediante trabajos manipulativos se comienza con medios, cuartos... Los números negativos se tratarán especialmente en sus aspectos codificables (temperatura, pisos de sótanos, competiciones deportivas, etc.).

Desde la educación infantil, continuando en los ciclos de la educación primaria, el proceso de **adquisición del número** pasa por siguientes fases:

- **Nivel cuerda:** El alumno es capaz de recitar un trozo de la sucesión numérica por evocación. El sonido de lo que está diciendo trae encadenados los sonidos siguientes.
- **Nivel cadena irrompible:** El niño sólo es capaz de recitar la sucesión numérica si empieza por el uno, pero ahora ya diferencia las distintas palabras numéricas.
- **Nivel cadena rompible:** Aquí el alumno es capaz de "romper" la cadena comenzando a recitar a partir de un número distinto del uno.
- **Nivel cadena numerable:** El niño es capaz, comenzando desde cualquier número, de contar un número determinado. Se afrontan con garantías las operaciones básicas de cálculo
- **Nivel cadena bidireccional:** Es el máximo dominio al que se puede llegar. Supone las destrezas del nivel anterior aplicadas al recitado de la sucesión numérica adelante o atrás.

Teniendo en cuenta las competencias este tema busca directamente la adquisición de la competencia matemática, con el carácter instrumental de los números y el cálculo numérico. Si miramos la ciencia y tecnología vemos que los números y el cálculo permiten una mejor comprensión del entorno midiendo temperaturas, haciendo estimaciones, cálculos de dinero, etc.

En cuanto a la competencia digital los números proporcionan destrezas asociadas a su uso, facilitando la comprensión de informaciones.

El sentido de iniciativa y espíritu emprendedor mediante la planificación y la gestión de recursos y la valoración de los resultados obtenidos.

Aprender a aprender mediante el carácter instrumental de la materia que requiere paciencia, perseverancia y eficacia, mirada crítica...

La incorporación del lenguaje matemático favorece la comunicación lingüística, y también la explicación de los procesos matemáticos y la resolución de problemas.

El conocimiento numérico implica una contribución al desarrollo de la humanidad, contribuyendo al desarrollo de la conciencia y expresiones culturales.

3.- NÚMEROS NATURALES, ENTEROS, FRACCIONARIOS Y DECIMALES

3.1 Números naturales (N)

El número natural responde a la cuestión, ¿cuántos elementos tiene este conjunto? y en estas circunstancias se habla de **número cardinal**. Es decir, informa de la cantidad de elementos que componen el conjunto.

Los números naturales también se pueden usar para ordenar un conjunto y entonces se habla de **número ordinal**. Hablamos de la posición, orden o lugar que ocupa en dicho conjunto.

En el conjunto de los números naturales son siempre posibles una serie de operaciones y otras no. Así, la suma y la multiplicación son siempre posibles, mientras que no lo son siempre la resta y la división. Estas operaciones que son siempre posibles se denominan "*operaciones internas*".

3.2 Números enteros (Z)

Como dijimos, en los números naturales (N) siempre es posible la suma y la multiplicación. No ocurre lo mismo con la resta, ya que si bien podemos restar $6-2 = 4$, no podemos $2-6$. Para resolver este problema aparece el conjunto de los números enteros (Z).

Podemos definir que un **número entero** es *aquel que resulta de restar dos números naturales cualesquiera*. También lo podemos definir como *par ordenado de números naturales*:

- Si el primer número del par es mayor que el segundo, el resultado es un número entero positivo: $(7,3) = 7-3=+4$
- Si el primer número del par es menor que el segundo, el resultado es un número entero negativo: $(3,7)-3-7=-4$

Por tanto, las operaciones internas al conjunto Z son la suma, la sustracción y la multiplicación. La división no es una operación interna a los números enteros.

El **valor absoluto** de un número entero es el valor del número prescindiendo del signo. Se define como la *distancia en unidades de dicho número al cero en la recta numérica* y se simboliza colocando el número entre dos barras. Valor absoluto de $-4 = | -4 | = 4$

3.3 Números fraccionarios (F)

De la necesidad de resolver el problema de la división en todos los casos surge la noción de número fraccionario, un **número fraccionado** es *aquel que resulta de dividir dos números enteros cuyo resultado no sea otro número entero*.

La aparición del número fraccionario nos lleva a definir el concepto de fracción. Se define la **fracción** como un *par ordenado de números enteros, de manera que el segundo término del par (denominador) divide al primero (numerador)*.

Estas fracciones vienen definidas por unas **características**:

- Una fracción es *irreducible* cuando sus dos términos son primos entre sí, es decir, no pueden seguir dividiéndose por un mismo número. Por el contrario una fracción es *reducible* cuando sus dos términos son divisibles por un mismo número distinto de 1.
- Dos fracciones son **equivalentes** si ambas representan el mismo valor numérico. Las características de estas son:
 - Dos fracciones equivalentes pueden simplificarse hasta una misma fracción irreducible.
 - Al multiplicar y al dividir numerador y denominador de una fracción por un mismo número se obtiene una fracción equivalente.
 El denominador de una fracción no puede ser cero.

3.4 Números decimales (D)

Entendemos **número decimal** como la *expresión de cualquier número fraccionado*. Esta expresión decimal se obtiene dividiendo el numerador entre el denominador

Dentro de los números decimales podemos hacer una **clasificación** según:

- **Decimales finitos**. Son los que tienen un número finito de cifras decimales (6'54). Podemos expresarlos como fracción colocando en el numerador el número sin la coma y en el denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales haya. Ej: $6'54 = \frac{654}{100}$
- **Decimales infinitos**. Son los que tienen un número infinito de cifras decimales. Se

denominan también periódicos, ya que tienen una cifra o grupo de cifras que se va repitiendo indefinidamente (4'6666...) La cifra o grupos de cifras que se repiten se llama periodo. Si el periodo aparece a continuación de la coma se denominan *periódicos puros* (2'3535...). Si entre la coma y el periodo existe algún número se llaman *periódicos mixtos* (5'34242...).

3.5 Los números racionales (Q)

El conjunto de los números racionales, Q , *está formado por la unión de los conjuntos Z* (si el resultado de dividir numerador entre denominador es un número entero) y F (si el resultado de dividir numerador entre denominador no es exacto).

Sus **características** son:

- Todas las fracciones equivalentes entre sí representan un mismo número racional.
- Las fracciones de denominador 1 y numerador positivo representan a los números naturales, que son, por tanto, un subconjunto de los racionales.
- Las fracciones cuyo resultado de dividir numerador entre denominador sea un número entero representan a un número entero, por tanto, los números enteros son un subconjunto de los racionales.
- El 0 es el que tiene como representante cualquier fracción de la forma $0/a$.

Suma, resta, multiplicación y división son operaciones internas en los conjuntos F , D y Q .

4.- SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Un sistema de numeración es un *conjunto de reglas y signos que se emplean para expresar todos los números usando un número finito de símbolos.*

Las **características generales** de los sistemas de numeración, son:

- Los signos no representan sólo unidades, sino también grupos de unidades.
- A cada uno de esos grupos de unidades se le llama unidad de orden superior.
- Al número de unidades que constituye cada unidad de orden superior se le llama base del sistema de numeración.
- Cualquier número se representa por combinaciones de los signos definidos.

Los **sistemas de numeración más usados** en la actualidad son:

a) Sistema decimal: *es un sistema posicional de base 10.* Los símbolos que se definen son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. El valor de cada símbolo depende de su posición dentro de la cantidad a la que pertenece.

b) Sistema binario: su base es 2 y emplea 2 caracteres: 0 y 1. Estos valores reciben el nombre de bits. Importante por su aplicación a la informática. También se utilizan actualmente los sistemas de base 8 y de base 16.

Según J.D.Godino (2004) podemos hablar además de **otros dos sistemas:**

- a) **Sistema de numeración oral:** Es el sistema de lectura numérico. Ej. 530 no es cinco, tres, cero sino quinientos treinta
- b) **Sistema de numeración oral ordinal:** Sistema de lectura de los números ordinales. Los símbolos: primero, segundo, tercero, décimo, undécimo, etc.

Aparte de los anteriormente citados en la escuela también existen:

- Sistemas aditivos: sistema egipcio, romano...

- Sistema híbridos: de tipo aditivo comunicativo como el sistema chino

5.- RELACIÓN ENTRE LOS NÚMEROS

Hemos visto cómo el concepto de número y del cálculo numérico aparece por la necesidad de crear signos para ser asociados a cantidades y permitan operaciones diferentes. Poco a poco se ha ido ampliando este campo numérico, empezando como vimos en los números naturales y avanzando y ampliando hasta los fraccionarios, decimales, etc.

La relación entre los diferentes tipos de números se conceptualiza como una relación de inclusión sucesiva desde los números naturales hasta los racionales. De este modo, cada conjunto de número incluiría al anterior y estaría incluido en el siguiente.

De este modo:

El conjunto básico sería los números naturales:

- *Conjunto N*: 0, 1, 2, 3, 4...

A partir de este aparecerían los números enteros

- *Conjunto Z*: ...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3... El conjunto N coincide con el conjunto Z^+ . El conjunto N por tanto, está incluido en el conjunto Z.

El siguiente conjunto sería el de los números fraccionados

- *Conjunto F*: si el denominador no divide al numerador. Puede ser negativo o positivo. Aquí están incluidos los números decimales a los que por definición se les puede encontrar una fracción decimal correspondiente

- *Conjunto Q* (números racionales): englobarían a todos los demás. Por definición, los conjuntos F y Z están incluidos en el conjunto Q de los números racionales.

6.- OPERACIONES DE CÁLCULO Y PROCEDIMIENTOS DEL MISMO (CÁLCULO ESCRITO, MENTAL, ESTIMACIÓN Y CALCULADORA)

6.1 Operaciones de cálculo

Operaciones con los números naturales

a) La adición de números naturales

La operación de la suma está asociada a añadir, juntar, unir... Los términos de la suma se denominan sumandos y el resultado se llama suma. Es operación interna en N

Las propiedades de la adición en N son:

- *Commutativa*: dados dos números naturales a y b: $a+b = b+a$.

- *Asociativa*: dados tres números naturales a, b y c: $(a+b)+c = a+(b+c)$.

- *Elemento neutro*: es aquel que sumado a cualquier número natural no lo modifica. En la adición es el 0. Siempre se cumple, siendo a un número natural, que: $a + 0 = a$.

b) La multiplicación de números naturales

La idea de multiplicar está *asociada a la idea de repetir un número*. Es frecuente encontrar expresiones del tipo: 3 veces 5 es igual a 15. Los términos que intervienen en la multiplicación se llaman factores y el resultado se denomina producto.

Las **propiedades** de la multiplicación son:

- *Commutativa*: $a * b = b * a$

- *Asociativa*: $a * (b * c) = (a * b) * c$

- *Elemento neutro*: aquel que multiplicado a cualquier número natural no lo varía. En la multiplicación es el "1." $a * 1 = a$

- *Distributiva respecto a la suma:* $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Operaciones con los números enteros

a) La adición y sustracción de números enteros

Para sumar dos números enteros:

- Si tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se les coloca el mismo signo.
- Si tienen distinto signo, se restan sus valores absolutos y se coloca el signo del que tenga mayor valor absoluto.

A las propiedades de la adición en \mathbb{N} , aparece la del opuesto de un número entero, de forma que se define como aquel número que sumado otro da como resultado 0.

Convencionalmente restar es "quitar", "contar hacia atrás", etc. Los términos de la sustracción se denominan minuendo y es "pasivo" (sufre la sustracción). Y sustraendo que representa la cantidad a quitar o restar al primero. El resultado se denomina diferencia.

Las **propiedades** de la sustracción no son las mismas que la de la adición: No es conmutativa ni asociativa. Para restar números enteros basta con sumar al primero el opuesto del segundo. De esta forma, la sustracción se convierte en un caso particular de adición [$a - b = a + (-b)$].

b) La multiplicación de números enteros

Al existir signos positivos y negativos debemos tener en cuenta que *para multiplicar dos números con el mismo signo*, se multiplican los números y se coloca delante del resultado el signo +; *para multiplicar dos números con distinto signo*, se multiplican los números y se coloca delante del resultado el signo -.

Tiene las mismas propiedades que la multiplicación de números naturales.

6.1.3. Operaciones con números fraccionarios

a) La adición y sustracción de números fraccionarios

Se realiza igual que en \mathbb{N} , solo cambia que los sumandos pertenecen a los números fraccionarios.

- *Si tienen el mismo denominador:* la suma y la resta es el resultado de sumar o restar los numeradores y dejar invariante el denominador.
- *Si tienen distinto denominador,* se reducen a común denominador (que será el mínimo común múltiplo de todos los denominadores) y se aplican las normas anteriores.

Tienen las mismas propiedades que en \mathbb{E} .

b) La multiplicación de números fraccionarios

El producto de dos fracciones es igual al producto de los numeradores como nuevo numerador, y al producto de los denominadores como nuevo denominador. El sentido del producto de números fraccionarios cambia respecto al producto de naturales, ya que no se trata de una suma reiterada de un mismo valor numérico. Las propiedades son las mismas

c) La división de números fraccionados

La división está *asociada a la idea de repartir, partir... en un número finito de partes un todo*. El mecanismo de división de dos números fraccionarios consiste en multiplicar el dividendo por el inverso del divisor, convirtiendo por tanto la división de fracciones en un caso particular de multiplicación.

Esta división dará como resultado:

Un número entero: En el conjunto de los números enteros sólo es posible realizar divisiones exactas. ***Se aplican las mismas reglas de signos que para la multiplicación***

Un número fraccionado: cuando la división no es exacta.

Las **propiedades** fundamentales de la división son:

- Si el resto es cero se dice que la división es exacta, siendo en este caso la operación inversa a la multiplicación.
- Si se multiplica el dividendo y el divisor por un mismo número n , no se modifica el cociente de

la división, pero cambia el resto, que queda también multiplicado por n.

- La unidad es divisor de todos los números naturales.
- Si un número es divisor de otros dos, entonces es divisor de su suma y su diferencia.
- Si un número es divisor de otro, entonces es divisor de cualquiera de sus múltiplos.
- Todo número natural es divisor de sí mismo.
- Todo número natural es divisor de cero.
- Cero sólo es divisor de si mismo.

Para saber si un número es divisible por otro se efectúa la división entera y se comprueba si el resto es cero, pero, en algunos casos, existen reglas que permiten averiguar si un número es divisible por otro sin necesidad de efectuar la división. A estas reglas se les llama **criterios de divisibilidad**.

- Divisibilidad por 2: un número es divisible por 2 si es par.
- Divisibilidad por 3: un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es divisible por 3.
- Divisibilidad por 5: un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.
- Divisibilidad por 11: un número es divisible por 11 si la diferencia de la suma de sus cifras de lugar par, y la suma de sus cifras de lugar impar es 0 o divisible por 11.

Vamos a hacer mención a dos tipos de números que tienen que ver con la división y la multiplicación:

- **Número divisor:** Dados dos números naturales a y b decimos que a es un divisor de b si existe un número natural n que multiplicado por a es igual a b, ($n \cdot a = b$).
- **Número múltiplo:** Se dice que a es múltiplo de b si existe un número natural n que multiplicado por b es igual a a, ($a = n \cdot b$).

En función de la divisibilidad de un número tenemos:

- **Un número primo** es un número natural distinto de 0 y de 1 que no tiene divisores propios.
 - **Un número compuesto** es un número natural distinto de 0 y de 1 que tiene divisores propios.
- Los números compuestos se pueden descomponer en producto de factores primos.

Los números 0 y 1 no se consideran números primos ni compuestos.

La importancia de estos conceptos radica en los conceptos de *máximo común divisor* y *mínimo común múltiplo*. Para obtener ambos aplicaremos la norma siguiente:

- **Máximo común divisor (Mcd):** tras la descomposición factorial de los números se cogen los factores comunes en todas las descomposiciones elevadas al menor exponente.
- **Mínimo común múltiplo (mcm):** tras la descomposición factorial de los números se cogen los factores comunes y no comunes en las descomposiciones elevadas al mayor exponente.

Las operaciones dentro de los **números racionales**, al ser la suma de $F+Z$, serán en estos dos conjuntos las mismas y con las mismas propiedades que en F.

6.2 Procedimientos de cálculo: cálculo mental, escrito, estimación y uso de la calculadora

En el aprendizaje y desarrollo del cálculo numérico se considera que en general existen tres formas de hacer estos cálculos: *escritos, con métodos mentales y con algún dispositivo*

A.-El cálculo escrito: Es el que utiliza lápiz y papel.

Podemos describir en el una serie de **características**

- **Abreviado**, se refiere al hecho de ocultar pasos relacionados con las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva de las operaciones.
- **Automático**, significa que no necesita ser comprendido para ser ejecutado.
- **Simbólico**, se refiere a que se manipulan símbolos sin referencia al mundo real.
- **Analítico**, este concepto hace referencia al hecho de que las cifras se manipulan separadamente.

- *Confiable*, siempre se utiliza el mismo algoritmo para el mismo tipo de operación.

B.- El cálculo mental: Tipo de cálculo en donde no se utiliza lápiz ni papel o cualquier otro implemento adicional, sólo procesos mentales. Muchas situaciones de la vida diaria requieren respuestas exactas, pero para otras es suficiente una respuesta aproximada que pueda estimarse mentalmente. Por lo tanto, existen dos formas de cálculos mentales: exactos y estimados. Es importante incidir en la validez educativa de este tipo de cálculo en esta etapa educativa.

Las **características** esenciales de este son:

- *Rápido*, se adquiere dicha destreza si se practica continuamente.
- *Variable*, quiere decir que se pueden seguir diferentes caminos para un mismo problema.
- *Flexible*, se debe entender que se busca sustituir o alterar los datos iniciales para trabajar con otros más cómodos, o más fáciles de calcular.
- *Activo*, quien calcula tiene la facilidad de poder elegir la estrategia que va a desarrollar.
- *Constructivo*, se refiere a que las respuestas se van construyendo con resultados parciales, que se resumen después para obtener la respuesta final.

Los **procedimientos o estrategias** más utilizados son:

- *En la adición y sustracción:*
 - Permutar términos: consiste en intercambiar el orden de sumandos o sustraendos.
 - Suprimir o añadir ceros.
 - Descomponer términos
 - Compensar términos: Sumar a uno lo que se sustrae a otro.
- *En la multiplicación y división:* El aprendizaje de las tablas de multiplicar, al finalizar el primer ciclo y durante el segundo ciclo, hace que el algoritmo de la multiplicación, en la mayoría de los casos, se limite a memorizar dichas tablas. No obstante existen diferentes estrategias para obtener multiplicaciones y divisiones:
 - Intercambio de términos: intercambiar el orden de los factores
 - Distribución: aplicando la propiedad distributiva
 - Compensación: En el producto se multiplica un término por un número mientras el otro se divide por el mismo número. En la división entera se multiplican o dividen los dos términos por un mismo número

Cuando hablamos de cálculo mental debemos hacer referencia a **la estimación**: valoración aproximada a priori del resultado de una operación. Sin quitar importancia a la búsqueda de la exactitud, *sería útil dar el valor que se debe al desarrollo de la estimación.*

Se caracteriza por:

- La valoración se realiza generalmente de forma mental.
- Se hace con rapidez y empleando números sencillos.
- El valor obtenido no tiene que ser exacto, pero sí adecuado para tomar decisiones.
- El resultado admite soluciones diferentes dependiendo de la persona que lo realiza.

Los **procedimientos más utilizados** son:

- *Redondeo*. Redondear consiste en suprimir cifras de la derecha de un número y sustituirlas por ceros con el siguiente criterio: si la cifra que se suprime es mayor o igual a 5 la que va a continuación se aumenta en una unidad; en otro caso se deja igual.
- *Sustitución*. Este proceso consiste en sustituir los datos por otros próximos a ellos, pero "compatibles" en el sentido de que la operación resulte sencilla.

C.- El uso de la calculadora: Nos corresponde a nosotros como docentes, en un proceso de planificación adecuado, dotar de un uso adecuado, didáctico y educativo el uso de la misma. Dependiendo de esto nos encontraremos:

- Que quien maneja el dispositivo lo haga sin poner cuidado y sin reflexionar.

- Que trabaja al mismo tiempo haciendo cálculos mentales, imaginando el resultado

La importancia del uso de estas tecnologías aparece reflejada en el **Decreto 56/2007**, de 24 de mayo, por el que se establece el currículo de la educación primaria en la Comunidad Autónoma de Asturias: *“Con el uso apropiado de medios tecnológicos como la calculadora, el ordenador e Internet se posibilita que los alumnos exploren ideas y modelos numéricos, que experimenten la construcción de conceptos, pongan énfasis en los procesos de resolución de problemas y hagan investigaciones sobre fenómenos del entorno real. Además las propias potencialidades y limitaciones de estas herramientas constituyen un medio adecuado para la formulación de problemas de interés.”*

Las **actividades más adecuadas** para conseguir un buen uso serán algunas como:

- Investigar sobre la factorización de diferentes números
- Llegar a un número a partir de un número determinado de operaciones
- Adquirir autonomía en su uso
- Actividades cuyo fin sea demostrar que a veces es mejor el cálculo mental
- Actividades para conocer el resto en divisiones...

7.- INTERVENCIÓN EDUCATIVA

7.1 Los números y las operaciones en el currículo

Dice uno de los objetivos generales de etapa que debemos desarrollar en el alumno la capacidad de “desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana”

Por otro lado, el decreto 82/2014 nos indica unas capacidades a desarrollar en la etapa desde la asignatura de matemáticas. De entre ellas, aunque más de una tenga relación, destacamos la siguiente por su relación más directa con este tema:

“ Reconocer situaciones del entorno habitual para cuya comprensión o tratamiento se requieran operaciones de cálculo, formularlas mediante expresiones matemáticas sencillas y resolverlas utilizando los algoritmos correspondientes, valorando el sentido de las estimaciones y de los resultados obtenidos y explicando oralmente y por escrito los procesos seguidos ”

Teniendo en cuenta los bloques de contenidos, este tema se relaciona directamente con el bloque 2: Bloque 2. Números: este bloque implica el conocimiento de los números y la relación entre ellos, tales como la descomposición, el uso del sistema de numeración decimal, las relaciones y el uso de las operaciones básicas, el cálculo, etc. Los números se usarán en distintos contextos, pretendiendo desarrollar una habilidad sobre el cálculo cada vez en mayor grado.

7.2 Intervención en el proceso de adquisición de la numeración

El orden numérico se construye alrededor de situaciones de comparación: el docente debe proponer **actividades:**

- De comparación entre ordinales para decir qué orden ocupa un elemento en una sucesión
- De comparación entre cardinales para decidir a qué conjunto le sobran o faltan elementos.
- Distinguir si un número es menor que otro o si tiene menos cifras.
- Distinguir entre cuyas cifras de orden superior coinciden.

En esta propuesta de actividades se deben considerar las siguientes *variables*:

- *Tipo de sucesión oral*: cardinal u ordinal.
- *Números de comienzo y final del recitado*: cualquier número natural.
- *Sentido del recitado*: hacia delante o hacia atrás.
- *Número de términos del recitado*: con o sin control del número de términos que se recitan.
- *Salto*: de uno en uno, de dos en dos (por pares e impares), de cinco en cinco...
- *Intervención del profesor*.
- *Tiempo de realización de la tarea*.
- *Materiales didácticos utilizados*: Entre los más utilizados están los *Ábacos* o las *Regletas de Cuisenaire*. Debemos tener en cuenta también los recursos que ofrece la red o los materiales informáticos.

7.3 Intervención en el proceso de adquisición de las diferentes operaciones

En el proceso de adquisición de las diferentes operaciones debemos tener siempre presente la capacidad del alumno para poder enfrentarse a ellas. No podremos pasar de una actividad a otra sin que la primera esté adquirida y consolidada.

Las diferentes *variables que debemos utilizar* para conseguir una adecuada progresión el planteamiento de las actividades:

- Tipo de operación: Suma, resta, multiplicación o división (exacta o no).
- Dirección de la operación: directa, inversa o por descomposición
- Tamaño de los términos y del resultado de la operación
- Existencia de llevadas
- Técnica de cálculo: Uso de material estructurado; técnica oral, técnica escrita, calculadora.
- Tipo de material: Regletas Cuisenaire, ábaco, bloques multibase, representaciones gráficas, material asociado a las TIC, calculadoras...

8.- CONCLUSIÓN

Si en algo se están centrando cada vez más las últimas leyes educativas y sus correspondientes desarrollos curriculares es en conectar la asignatura de matemáticas con los problemas que el alumnado se encontrará en la vida real. Las matemáticas ya no deben entenderse como la expresión de la perfección en los resultados sino como la capacidad de desarrollar procesos mentales y su exposición tanto de modo oral como escrito. Todo ello nos lleva a plantearnos abandonar su estudio clásico en favor de realizar tareas cada vez más cercanas al propio entorno del alumnado y a las necesidades que se le plantearán en un futuro. En definitiva, debemos enseñarles a ser alumnos competentes que se conviertan en adultos responsables.

9.- BIBLIOGRAFÍA

CASTRO, E.: Multiplicación y división. Madrid, Síntesis, 2001.

GODINO, J.: Didáctica de las Matemáticas para Maestros. Proyecto Edumat-Maestros. Granada, 2004.

LLINARES, S.: El sentido numérico y la representación de números naturales. Síntesis. Madrid, 2001.

Decreto 82/2014